EXERCICE N° 1 | 10' | 3 point

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$,on considère les points A, B et C d'affixes respectives :$z_1 = 2; z_2 = \sqrt{3} + i$ et $z_3 = 2 + \sqrt{3} + i$.

1. Ecrire z_2 sous forme trigonométrique.
2. (a) Montrer que $OACB$ est un losange.
   (b) Placer les points A, B et C.
3. (a) Ecrire z_3 sous forme trigonométrique.
   (b) En déduire $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$

EXERCICE N° 2 | 10' | 4 point

Soit $u = 1 + i\sqrt{3}$

1. (a) Mettre sous la forme trigonométrique u ;$\bar{u}$ et $-2 - u$.
   (b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$,$u^n + (\bar{u^n}) = 2^{n+1}\cos(\frac{n\pi}{3})$
2. On pose $v = 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3})$
   (a) Montrer que $v = \sqrt{2}\bar{u}e^{i\frac{\pi}{4}}$
   (b) Déduire la forme trigonométrique de v.
   (c) Déduire la valeur de $\cos(\frac{\pi}{12})$.

EXERCICE N° 3 | 15' | 4 point

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$,on considère les points M_1, M_2 et M_3 d'affixes respectives : $z_1 = -1$, $z_2 = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ et $z_3 = -1 - i\sqrt{3}$.

1. (a) Ecrire z_1, z_2 et z_3 sous forme trigonométrique.
   (b) Construire les points M_1, M_2 et M_3.
2. Soit $\Gamma = \{M(z) \in P$ tel que z^3 soit un réel$\}$
   (a) Dire est ce que les points M_1, M_2 et M_3. sont des points de Γ ?
   (b) On pose $z = x + iy$ où x et y sont des réels . Déterminer en fonction de x et y la partie réelle et la partie imaginaire de z^3. (on vérifiera que la partie imaginaire de z^3 est $y(3x^2 - y^2)$.
   (c) Déterminer et construire Γ.

Qarray.tn -Aqra Blech-Qarray.tn